

Che cos'è la pandemia di COVID-19 del 2019-2020?

La pandemia di COVID-19 del 2019-2020 è l'epidemia mondiale della cosiddetta "malattia da nuovo coronavirus", chiamata COVID-19 e provocata dal virus SARS-CoV-2. L'epidemia è iniziata alla fine del 2019 nella città di Wuhan, in Cina, e si è poi diffusa in tutto il mondo. Un breve glossario chiarirà le idee.

Coronavirus I coronavirus sono una famiglia di virus responsabili di diverse malattie nei mammiferi e negli uccelli. Noti dagli anni Sessanta del Novecento, nell'uomo provocano infezioni delle vie respiratorie. Il nome "coronavirus" deriva dalla parola "corona", perché osservati al microscopio elettronico presentano una serie di protuberanze superficiali che ricordano una corona.

Nuovo coronavirus È il nome più usato per il virus scoperto a Wuhan. Il virus causa un'infezione delle vie respiratorie che in alcuni casi peggiora in polmoniti gravi, anche letali. È stato scoperto da poco e non se ne conoscono ancora tutte le caratteristiche.

SARS-CoV-2 È il nome che indica la specie del nuovo coronavirus ed è quindi il nome vero e proprio del virus. SARS indica *Severe Acute Respiratory Syndrome* ("sindrome respiratoria acuta grave", in inglese), CoV il fatto che sia dovuta a un coronavirus e il 2 serve per distinguerla dal SARS-CoV responsabile delle sindromi respiratorie scoperte tra il 2002 e il 2003 in Cina e che poi si diffusero in altri paesi del mondo (la malattia che comunemente chiamiamo "SARS").

COVID-19 Questa sigla, decisa dall'Organizzazione Mondiale della Sanità, indica la malattia causata dal nuovo coronavirus. CO sta per "corona", VI per "virus", D per *disease* ("malattia", in inglese) e 19 indica l'anno di identificazione.

Ricapitolando, il virus SARS-CoV-2 della famiglia dei coronavirus, chiamato anche nuovo coronavirus, causa la COVID-19.

Crescita esponenziale o logistica?

Da quando è scoppiata la pandemia di COVID-19 i matematici di tutto il mondo hanno gli occhi puntati su due curve. La prima è una curva *esponenziale*, la seconda è la curva *logistica*. Il prevalere dell'una o dell'altra stabilirà se riusciremo a limitare i danni prodotti dal nuovo coronavirus o se finiremo con un numero altissimo di contagiati e i servizi sanitari nazionali al collasso a causa dei ricoveri.

Che cos'è il modello di crescita esponenziale?

Il modello di crescita esponenziale, proposto alla fine del Settecento dal sociologo e reverendo Thomas Robert Malthus, è stato il primo modello di dinamica delle popolazioni. Il modello, che descrive l'evoluzione di una popolazione di individui dotata di spazio e cibo a volontà, si può applicare anche al numero dei contagiati da una malattia.

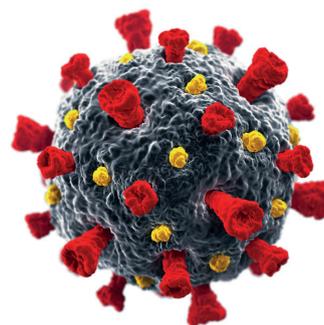
L'ipotesi è che il tasso netto di riproduzione, cioè la differenza tra le nascite e le morti nell'unità di tempo, sia proporzionale alla popolazione esistente. Se $N(t)$ è il numero di individui al tempo t , questo modello è formalizzato dall'equazione differenziale:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)$$

dove r è una costante. La soluzione dell'equazione, supponendo che in $t=0$ la popolazione sia A , è la funzione esponenziale:

$$N(t) = Ae^{rt}$$

Se $r > 0$ la popolazione "esplode" al crescere del tempo, se $r = 0$ la popolazione resta costante, mentre se $r < 0$ la popolazione tende a estinguersi rapidamente.



A che cosa servono le quarantene?

All'inizio di ogni epidemia il numero di persone contagiate segue una crescita esponenziale. C'è un numero, diverso per ogni malattia, che indica le persone che in media ogni individuo infetto contagia a sua volta: è il numero di riproduzione di base r_0 . Se r_0 è minore di 1, cioè se ogni infetto non contagia almeno un'altra



persona, la diffusione si arresta da sola: la malattia è un fuoco di paglia. Se invece r_0 è maggiore di 1 siamo in presenza di un'epidemia. Per esempio, l' r_0 del morbillo vale circa 15: durante un'epidemia di morbillo, una persona infetta ne contagia in media altre quindici, se nessuna è vaccinata e se le persone sono in contatto stretto le une con le altre. L' r_0 della parotite è circa 10. L' r_0 dell'influenza spagnola del 1918, che ha ucciso decine di milioni di persone nel mondo, è stato calcolato retrospettivamente intorno a 2, un valore che si presume non sia troppo diverso dall' r_0 del nuovo coronavirus.

Per visualizzarlo, immaginiamo che i contagiati siano delle biglie.

Una biglia solitaria, il paziente zero, viene lanciata e ne colpisce altre due. Ognuna di queste ne colpisce altre due, che a loro volta ne colpiscono ciascuna altre due, e così via. Questa crescita esponenziale è l'inizio di ogni epidemia: sempre più persone vengono contagiate sempre più velocemente. Quanto velocemente dipende dalla grandezza di r_0 e dal tempo medio che passa tra quando una persona viene infettata e il momento in cui quella stessa persona ne infetta un'altra (una finestra temporale che, nel caso del nuovo coronavirus, è circa sette giorni).

Le quarantene, la chiusura delle scuole e il divieto di uscire di casa hanno lo scopo di abbassare il valore di r_0 : quando r_0 si abbassa, l'espansione rallenta. E quando r_0 viene riportato sotto il valore critico di 1, la diffusione si arresta. In assenza di un vaccino, la matematica del contagio insegna che l'unico modo di fermare un'epidemia è tenere la gente il più possibile separata.



Che cos'è il modello di crescita logistica?

Il modello di crescita esponenziale descrive con una buona approssimazione la crescita di una popolazione se i tempi sono brevi e se la popolazione dispone di risorse abbondanti, ma alla lunga non è molto realistico. Il modello di crescita logistica, introdotto dal matematico francese Pierre François Verhulst nel 1838, descrive la crescita di una popolazione in modo più raffinato del modello di Malthus.

L'idea è la seguente. In un ambiente con risorse illimitate la popolazione tende a crescere senza limiti. Quando però la popolazione cresce, i suoi membri entrano in competizione l'un con l'altro per spartirsi le risorse, facendo così diminuire il tasso di crescita. Dopo un po', la popolazione in pratica smette di crescere e raggiunge un valore limite.

Nel modello logistico il tasso di crescita è dato dalla somma di due contributi: uno di segno positivo (che quindi fa aumentare la popolazione), direttamente proporzionale al numero di individui, e uno di segno negativo (che quindi rallenta la crescita della popolazione), direttamente proporzionale al quadrato del numero di individui. Quest'ultimo termine è dovuto alla competizione tra gli individui per le risorse. Il modello si può applicare anche al numero dei contagiati da una malattia: per il virus le "risorse" sono le persone a stretto contatto reciproco.

Se $N(t)$ è la popolazione al tempo t , il modello di crescita logistica è formalizzato dall'equazione differenziale:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{k} \right)$$

dove r e k sono costanti.

La soluzione dell'equazione è la funzione logistica:

$$N(t) = \frac{k}{1 + qe^{-rt}}$$

dove $q = \frac{k}{N_0} - 1$, essendo N_0 la popolazione iniziale.

Se le costanti sono positive, la grandezza $N(t)$ al trascorrere del tempo si avvicina sempre di più al valore finito k . All'inizio la crescita è quasi esponenziale, poi rallenta e diventa quasi lineare, per tendere finalmente a un valore limite (Fig. 1).

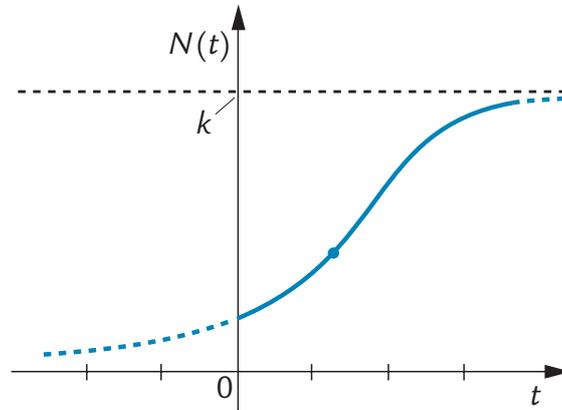


Figura 1 Funzione logistica.

La Fig. 2 confronta la funzione logistica (in blu) e la funzione esponenziale (in rosso).

$$x = \frac{\ln q}{r}$$

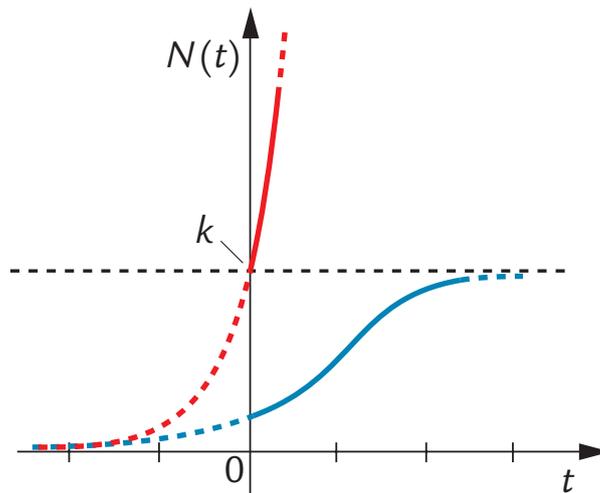


Figura 2 Confronto fra la curva logistica e la curva di accrescimento esponenziale.

Che cosa significa “abbattere la curva”?

Il grafico “abbatti la curva” (*flatten the curve*, in inglese) è diventato un simbolo della pandemia da nuovo coronavirus (Fig. 3).

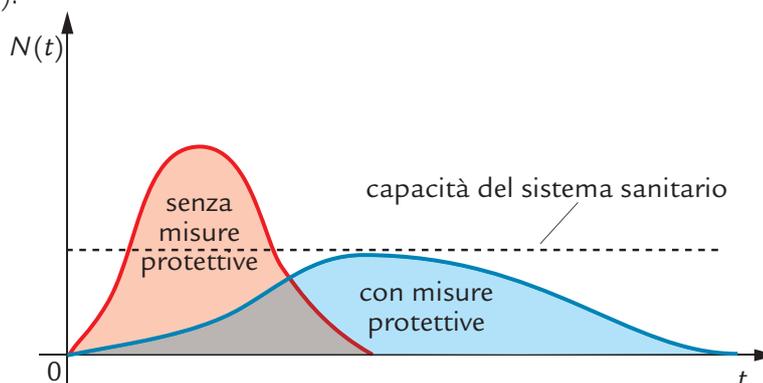


Figura 3 Il grafico “abbatti la curva”, diventato virale durante l’epidemia da nuovo coronavirus.

La curva rossa, che rappresenta il numero degli individui *attualmente* positivi: le curve scendono perché si tiene conto anche delle guarigioni e dei decessi, cioè delle persone in cui non c'è più il virus. La curva rossa mostra che cosa accade se non si assumono misure per contenere i contagi durante l'epidemia con un nuovo virus, verso cui non siamo immunizzati o vaccinati (è il caso del nuovo coronavirus): ogni individuo infetto contagia altre persone, i nuovi malati aumentano velocemente e sono troppi per essere curati tutti, con il rischio che muoiano più persone. La curva azzurra mostra invece che cosa succede se si assumono misure preventive (rimanere il più possibile a casa, ridurre le interazioni sociali e lavarsi spesso le mani): le persone si contagiano ugualmente perché il virus è in circolazione, ma la diffusione avviene più lentamente e ciò permette di evitare un pericoloso picco dei malati, che sarebbe ancor meno gestibile.

Abbattere la curva del contagio è il motivo per cui molti Paesi del mondo hanno deciso di mettere la popolazione in quarantena. In questo modo si rallenta la diffusione dell'epidemia e così il sistema sanitario può occuparsi di tutti i malati senza collassare.

La matematica aiuta a prevenire le epidemie?



Sì. Ne è un esempio quanto avviene in Yemen, un Paese della penisola araba flagellato da un'epidemia di colera, un'infezione che ogni anno colpisce milioni di persone nel mondo e causa decine di migliaia di morti. La diffusione di questa malattia è stata limitata da un algoritmo. Alcuni scienziati hanno ideato un sistema che prevede il rischio di nuovi focolai in base alla distribuzione delle precipitazioni, impedendo così che si inneschi una fase di crescita esponenziale dei contagi. L'acqua piovana, cadendo al suolo, è contaminata dal vibrione del colera (il batterio responsabile della malattia). L'acqua contaminata penetra nei pozzi

usati dalla popolazione, innescando nuovi contagi. L'algoritmo rielabora le previsioni meteorologiche sulle precipitazioni tenendo conto della densità della popolazione e dell'accesso all'acqua pulita. Questi calcoli permettono di prevedere dove potrebbero attivarsi nuovi focolai. Le agenzie internazionali hanno quindi il tempo di distribuire i kit per igienizzare l'acqua e di avviare le campagne di prevenzione. Così si è passati da cinquantamila casi di colera la settimana a duemila.

Ora tocca a te

- Dopo aver verificato che la funzione esponenziale $N(t) = A e^{rt}$ risolve l'equazione differenziale di Malthus, rappresenta il suo grafico al variare del segno di r .
- Il caso speciale della funzione logistica con $k = 1$, $q = 1$ e $r = 1$:

$$N(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}}$$

è chiamato *curva sigmoide* ("a forma di esse"). Dopo aver verificato che la funzione sigmoide risolve l'equazione differenziale di Verhulst (quando $k=1$ e $r=1$), studiala e confrontala con la funzione esponenziale $y = e^t$. Qual è suo limite quando $t \rightarrow +\infty$?

- Quali sono le coordinate del punto di flesso della funzione logistica? Dove cade il punto di flesso nel caso particolare di una funzione sigmoide? Nel modello logistico, qual è il significato del punto di flesso, in relazione alla velocità di crescita della popolazione?
- «La curva [di crescita dei contagi da nuovo coronavirus] non esiste perché i dati che leggiamo ogni giorno non hanno molto senso. Una delle cose da fare è metterci in condizioni di avere dei dati affidabili». Lo ha detto il virologo Roberto Burioni, rispondendo a chi gli chiedeva spiegazioni sul perché la curva dei contagiati da SARS-CoV-2 non accenni ad appiattirsi. Come interpreti questa affermazione? Qual è la differenza tra una curva teorica e una curva sperimentale?